Να βρείτε τις εξ. προβολής της

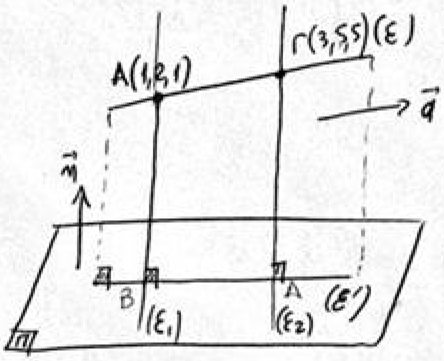
$$(\varepsilon): \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{4} \quad \text{στο} \quad (\Pi): x+2y+5z-1=0$$

<u>ΛΥΣΗ</u>

(ε) διερχ. $A(1,2,1)$

$(\varepsilon) \parallel \vec{a} = (2,3,4)$

$(\Pi) \perp \vec{n} = (1,2,5)$



Έστω η $(\varepsilon_1) \sim A(1,2,1)$ και τέτοια ώστε $(\varepsilon_1) \parallel \vec{n}$

άρα,

$$\begin{cases} (\varepsilon_1): \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-1}{5} = t_1 \Rightarrow \begin{cases} x = t_1+1 \\ y = 2t_1+2 \\ z = 5t_1+1 \end{cases} \quad (1) \\ (\Pi): x+2y+5z-1=0 \Rightarrow \end{cases}$$

$$\Rightarrow t_1+\cancel{1}+2(2t_1+2)+5(5t_1+1)-\cancel{1}=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 30t_1 = -9 \Rightarrow \boxed{t_1 = -\frac{9}{30}}$$

Άρα, στην (1) θα είναι

$$\begin{cases} x = \dfrac{21}{30} \\ y = -\dfrac{21}{15} \\ z = -\dfrac{3}{6} \end{cases} B\left(\frac{21}{30}, -\frac{21}{15}, -\frac{3}{6}\right)$$

Επίσης, η (ε) διέρχεται και από το $\Gamma(3,5,5)$ [την επαληθεύει]

Άρα, έστω τώρα η $(\varepsilon_2) \sim \Gamma(3,5,5)$ και $(\varepsilon_2) \parallel \vec{n}$

$$\begin{cases} (\varepsilon_2): \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-5}{2} = \dfrac{z-5}{5} = t_2 \Rightarrow \begin{cases} x = t_2+3 \\ y = 2t_2+5 \\ z = 5t_2+5 \end{cases} \quad (2) \\ (\Pi): x+2y+5z-1=0 \Rightarrow \end{cases}$$

$$\Rightarrow t_2+3+2(2t_2+5)+5(5t_2+5)-1=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 30t_2 = -37 \Rightarrow \boxed{t_2 = -\frac{37}{30}}$$

Άρα, στην (2) θα είναι: $x = \dfrac{23}{30}$, $y = \dfrac{38}{15}$, $z = -\dfrac{7}{6}$ $\quad \Gamma\left(\dfrac{23}{30}, \dfrac{38}{15}, -\dfrac{7}{6}\right)$

Άρα, η

$$(\varepsilon'): \frac{x-\frac{21}{30}}{\frac{23}{30}-\frac{21}{30}} = \frac{y+\frac{21}{15}}{\frac{38}{15}+\frac{21}{15}} = \frac{z+\frac{3}{6}}{-\frac{7}{6}+\frac{3}{6}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (\varepsilon'): \frac{x-\frac{21}{30}}{\frac{1}{15}} = \frac{y-\frac{21}{15}}{\frac{59}{15}} = \frac{z+\frac{3}{6}}{-\frac{2}{3}}.$$

β' τρόπος

$$(\varepsilon): \begin{cases} 3x-2y+1=0 & (\Pi_2) \\ 4y-3z-5=0 & (\Pi_3) \end{cases}$$

η αξονική δέσμη των (Π_2), (Π_3) είναι:

$$\lambda(3x-2y+1)+k(4y-3z-5)=0 \quad (1)$$

$$(\Pi_4)\ \underline{3\lambda} x + (\underline{4k-2\lambda})y - \underline{3k} z + \underline{\lambda - 5k} = 0$$

το (Π_4) έχει $\vec{n}' = (3\lambda, 4k-2\lambda, -3k)$ κάθετο σε αυτό

και αλλά το $(\Pi_4) \perp (\Pi) \Rightarrow \vec{n} \cdot \vec{n}' = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 3\lambda + 2(4k-2\lambda) + 5(-3k) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\lambda + 8k - 4\lambda - 15k = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda = -7k} \overset{(1)}{\Rightarrow} -7k(3x-2y+1)+k(4y-3z-5)=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -21x+14y-7+4y-3z-5=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -21x+18y-3z-12=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -7x+6y-z-4=0$$ ← εξίσωση του (Π_4)

άρα η $(\varepsilon'): \begin{cases} -7x+6y-z-4=0 \\ x+2y+5z-1=0 \end{cases}$.

γ' τρόπος

Το $(\Pi_1) \parallel \vec{a} = (2,3,4)$ αλλά $(\Pi_1) \parallel \vec{n}'$ ενώ $\vec{a} \nparallel \vec{n}'$

$$(\Pi_1): \begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z-1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 5 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -7x+6y-z+4=0$$ και έτσι βρίσκεται πάλι η (ε')